

السنة الأولى علوم رياضية	تطبيقات تحليلية للجداء السلمي ملخص	دروس الدعم و التقوية في مادة الرياضيات
--------------------------	---------------------------------------	---

<p>(3) - <u>متفاوتة كوشي شوارتز</u>:</p> <p><u>خاصية 04</u>: لكل متجهتين \vec{u} و \vec{v} من V_2 لدينا :</p> $ \vec{u} \cdot \vec{v} \leq \ \vec{u}\ \times \ \vec{v}\ $ <p>ويكون التساوي إذا وفقط إذا كانت \vec{u} مستقيمة مع \vec{v}.</p> <p><u>إستنتاج</u>: $\forall (x, y, x', y') \in \mathbb{R}^4$:</p> $ xx' + yy' \leq \sqrt{x^2 + y^2} \cdot \sqrt{x'^2 + y'^2}$ <p>-- <u>المتفاوتة المثلثية</u>: لكل متجهتين \vec{u} و \vec{v} من V_2</p> <p>لدينا : $\ \vec{u} \pm \vec{v}\ \leq \ \vec{u}\ + \ \vec{v}\$ ،</p> <p>ويكون التساوي إذا وفقط إذا كانت \vec{u} مستقيمة مع \vec{v}.</p> <p>■ وبصفة عامة:</p> $\ \vec{u}\ \pm \ \vec{v}\ \leq \ \vec{u} \pm \vec{v}\ \leq \ \vec{u}\ + \ \vec{v}\ $ <p><u>II - دراسة تحليلية للدائرة</u>:</p> <p>(1) - <u>معادلة ديكارتية لدائرة</u>:</p> <p>-- إذا كانت (C) دائرة مركزها $\Omega(a, b)$ و شعاعها r</p> <p>فمعادلة ديكارتية لها هي : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.</p> <p>-- إذا كانت (C) دائرة أحد أقطارها [AB] ، فمعادلة ديكارتية لها هي :</p> $(x - x_A) \cdot (x - x_B) + (y - y_A) \cdot (y - y_B) = 0$ <p>مركز (C) هي النقطة $\Omega\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$</p> <p>و شعاعها $r = \frac{1}{2} \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$</p> <p>-- من ثلاث نقط غير مستقيمة A و B و C تمر في المستوى (P) دائرة وحيدة (C) هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC ، مركزها Ω هي نقطة تلاقي واسطات المثلث ABC ($\Omega A = \Omega B = \Omega C$) و شعاعها $r = \Omega A$</p> <p>-- <u>مثال</u>: بين أن A (2,3) و B (-2,-1) و C (1,-1) هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC</p>	<p><u>I - الصيغة التحليلية للجداء السلمي</u>:</p> <p>المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم ومباشر $\Re(O, \vec{i}, \vec{j})$.</p> <p><u>خاصية 01</u>:</p> <p>إذا كانت (x, y) و (x', y') هما على التوالي زوجا إحداثيتي متجهتين \vec{u} و \vec{v} في الأساس $B(\vec{i}, \vec{j})$ ، فإن :</p> $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$ <p>(1) - <u>الصيغة المثلثية لمتجهة</u>:</p> <p><u>خاصية 02</u>:</p> <p>إذا كانت $\vec{u}(x, y)$ متجهة غير منعدمة من V_2 و θ هو قياس الزاوية الموجهة (\vec{i}, \vec{u}) ، فإن :</p> $\begin{cases} x = \ \vec{u}\ \cos \theta \\ y = \ \vec{u}\ \sin \theta \end{cases}$ <p>إذن : $\vec{u} = \ \vec{u}\ (\cos \theta \vec{i} + \sin \theta \vec{j})$</p> <p><u>ملحوظة</u>: إذا كانت \vec{v} متجهة غير منعدمة من V_2 بحيث :</p> $\vec{v}(-y, x) \text{ ، } \begin{cases} \ \vec{v}\ = \ \vec{u}\ \\ (\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$ <p>(2) - <u>صيغة</u> $\cos(\vec{u}, \vec{v})$ و $\sin(\vec{u}, \vec{v})$:</p> <p><u>خاصية 03</u>: لكل متجهتين غير منعدمتين $\vec{u}(x, y)$ و $\vec{v}(x', y')$ من V_2 لدينا :</p> $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\ \vec{u}\ \times \ \vec{v}\ } = \frac{xx' + yy'}{\sqrt{x^2 + y^2} \times \sqrt{x'^2 + y'^2}}$ $\sin(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\det(\vec{u}, \vec{v})}{\ \vec{u}\ \times \ \vec{v}\ } = \frac{\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}}{\sqrt{x^2 + y^2} \times \sqrt{x'^2 + y'^2}}$ <p>و إذا كانت \vec{u} و \vec{v} غير متعامدتين ، فإن :</p> $\tan(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\det(\vec{u}, \vec{v})}{\vec{u} \cdot \vec{v}} = \frac{\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}}{xx' + yy'}$
--	---

السنة الأولى علوم رياضية	تطبيقات تحليلية للجداء السلمي ملخص	دروس الدعم و التقوية في مادة الرياضيات
--------------------------	---------------------------------------	---

<p>(2) - تمثيل بارامترى لدائرة:</p> <p>خاصية 05: النظمة $\begin{cases} x = a + r \cos \theta \\ y = b + r \sin \theta \end{cases} / \theta \in \mathbb{R}$ (1):</p> <p>تمثيل بارامترى للدائرة (C) التي مركزها $\Omega(a, b)$ وشعاعها r .</p> <p>ملحوظة: للحصول على تمثيل بارامترى للدائرة (C) في النظمة (1) يكفي أن يتغير البارامتر θ على مجال سعته 2π فقط ، مثل $[-\pi, \pi[$ أو $[0, 2\pi[$.</p> <p>(3) - دراسة المعادلة (E) حيث:</p> <p>(E): $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$</p> <p>خاصية 06: تكون (E) معادلة لدائرة (C) إذا وفقط إذا كان $a^2 + b^2 - c \geq 0$ ، مركز (C) في هذه الحالة هو $\Omega(a, b)$ وشعاعها هو $r = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.</p> <p>(4) - تجويه المستوى بدائرة:</p> <p>خاصية 07: إذا كانت (C) دائرة معادلتها:</p> <p>$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ ، فإن داخل الدائرة (C) هو مجموعة النقط $M(x, y)$ من (P) بحيث:</p> <p>$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c < 0$</p> <p>و خارجها مجموعة النقط $M(x, y)$ من (P) بحيث:</p> <p>$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c > 0$</p> <p>هذا يعني أن كل دائرة (C) تجزء المستوى (P) إلى ثلاثة أجزاء وهي $Int(C)$ و $Ext(C)$ و (C) .</p> <p>(5) - الأوضاع النسبية لدائرة و مستقيم:</p> <p>خاصية 08: لتكن (C) دائرة مركزها Ω و شعاعها r و (D) مستقيما ، نضع $d = d(\Omega, (D))$.</p> <p>هناك ثلاثة أوضاع ممكنة بالنسبة ل (D) و (C) وهي:</p> <p>-- نقول إن (D) خارج الدائرة (C) .</p>	<p>-- نقول إن (D) مماس للدائرة (C) في النقطة H .</p> <p>-- $d < r \Leftrightarrow (C) \cap (D) = \{A, B\}$ ، (D) في هذه الحالة يخترق (C) في نقطتين مختلفتين A و B .</p> <p>(6) - <u>المماس لدائرة في إحدى نقطتها:</u></p> <p>-- إذا كانت (C) دائرة مركزها Ω و A نقطة من (C) فالمماس (Δ) ل (C) في A يقبل $\overline{\Omega A}$ متجهة منظمية عليه ، إذن $(\Delta) = \{M \in (P) / \overline{AM} \perp \overline{A\Omega} = 0\}$.</p> <p>خاصية 09: إذا كانت (C) دائرة معادلتها:</p> <p>$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ ، فمعادلة ديكارتية للمماس (Δ) ل (C) في إحدى نقطتها A هي:</p> <p>$x_A x + y_A y - a(x_A + x) - b(y_A + y) + c = 0$</p> <p>(7) - <u>الأوضاع النسبية لدائرتين:</u></p> <p>لتكن (C) و (C') دائرتين مركزاهما Ω و Ω' بحيث $\Omega \neq \Omega'$ وشعاعاهما r و r' ، نضع: $d = \Omega\Omega'$</p> <p>لدينا: $(C) \cap (C') \neq \emptyset \Leftrightarrow r - r' \leq d \leq r + r'$</p> <p>و تتضمن هذه الحالة ثلاث و ضيعات ممكنة:</p> <p>-- (C) و (C') يتقاطعان في نقطتين إذا وفقط إذا كان:</p> <p>$r - r' < d < r + r'$</p> <p>-- (C) و (C') متماستين خارجيا إذا وفقط إذا كان:</p> <p>$d = r + r'$</p> <p>-- (C) و (C') متماستين داخليا إذا وفقط إذا كان:</p> <p>$d = r - r'$</p> <p>-- وأخيرا لدينا:</p> <p>$(C) \cap (C') = \emptyset \Leftrightarrow d < r - r'$ أو $d > r + r'$</p> <p>$d > r + r' \Leftrightarrow (C') \subset Ext(C)$</p> <p>و $d < r - r' \Leftrightarrow (C') \subset Int(C); (r' < r)$</p>
--	---