درس: **الجداء السلمي** | مستوى الأولى علوم | تحضير الاستاذ : محسن الشرفي | ثانوية المختار السوسي | المعازيز

Chorfi_mouhsine@yahoo.fr

القدرات المستهدفة

ـ التعبير عن توازي و تعامد مستقيمين .

ـ حساب مساحات و قياسات زوايا باستعمال الجداء السلمي.

I ـ الجداء السلمي " تذكير "

نـــشـــــاط رقـــــم 1

ليكن ABC و H المسقط العمودي للنقطة A على (BC)

بحيث $AB=2$ و $AC=5$ و $BC=4$ و $BH=1$ و $A\hat{C}B=\frac{\pi}{4}$.

1 ـ أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$.

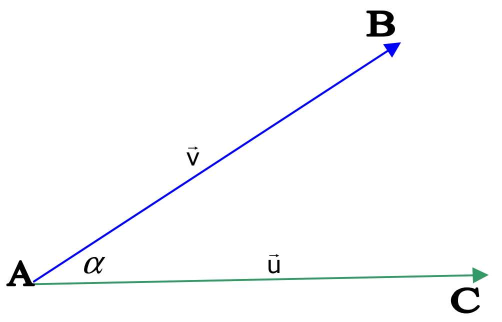
2 ـ أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BH}$.

3 ـ حدد قياسا للزاوية $A\hat{B}H$.

4 ـ أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}$.

1 ـ الصيغة المثلثية للجداء السلمي

تعريف :



$\alpha = B\hat{A}C = (\vec{u},\vec{v})$

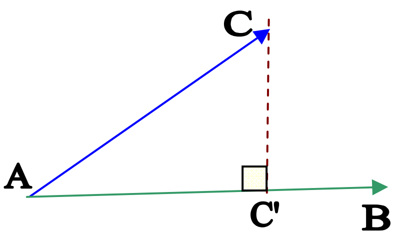
- A و B و C **ثلاث نقط من المستوى بحيث** $A\neq B$ و $A\neq C$.
الجداء السلمي للمتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ **هو العدد** $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=AB\times AC\times\cos B\hat{A}C$.
- $\vec{u}$ و $\vec{v}$ **متجهتين غير منعدمتين .**
الجداء السلمي للمتجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ **هو العدد** $\vec{u}.\vec{v}=\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|\times\cos(\vec{u},\vec{v})$.

ملاحظة :

ـ إذا كانت $\alpha=0$ فإن $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=AB\times AC$ و $\vec{u}.\vec{v}=\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|$

ـ إذا كانت $\alpha=\pi$ فإن $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=-AB\times AC$ و $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=-AB\times AC$

2 ـ صيغة الإسقاط للجداء السلمي.



$\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ **متجهتين غير منعدمتين في المستوى و** C' **المسقط العمودي للنقطة** C **على المستقيم** (AB) .

الجداء السلمي للمتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ **هو العدد الحقيقة** $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ **المعرف بـ** $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC'}$

خاصية :

لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ **متجهتين غير منعدمتين .**

تكون المتجهتان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ **متعامدتين و نكتب** $\vec{u}\perp\vec{v}$ **إذا و فقط إذا كان** $\vec{u}.\vec{v}=0$.

3 ـ خاصيات الجداء السلمي.

لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\vec{w}$ متجهات و $k\in\mathbb{R}$.

- $\vec{u}.\vec{v}=\vec{v}.\vec{u}$
- $\vec{u}.(\vec{v}+\vec{w})=\vec{u}.\vec{v}+\vec{u}.\vec{w}$
- $(k\vec{u}).\vec{v}=k.(\vec{u}.\vec{v})$
- $\vec{u}.\vec{u}=\vec{u}^2=\|\vec{u}\|^2$

تمرين تطبيقي رقـــــم 1

1 ـ $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتان و α قياس الزاوية $(\vec{u},\vec{v})$.

أ ـ أحسب $\vec{u}.\vec{v}$ علما أن $\|\vec{u}\|=3\sqrt{3}$ و $\|\vec{v}\|=\sqrt{3}$ و $\alpha=\frac{\pi}{6}$.

ب ـ أحسب $\|\vec{u}\|$ علما أن و $\|\vec{v}\|=\sqrt{2}$ و $\vec{u}.\vec{v}=\frac{1}{2}$ و $\alpha=\frac{\pi}{4}$.

ج ـ أحسب $\cos\alpha$ ثم α علما أن $\|\vec{u}\|=3$ و $\|\vec{v}\|=2$ و $\vec{u}.\vec{v}=3$.

درس: الجداء السلمي	مستوى الأولى علوم	تحضير الاستاذ : محسن الشرفي ثانوية المختار السوسي المعازيز Chorfi_mouhsine@yahoo.fr

القدرات المستهدفة

ـ التعبير عن توازي و تعامد مستقيمين .

ـ حساب مساحات و قياسات زوايا باستعمال الجداء السلمي.

2 ـ $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتان بحيث $\vec{u}^2 = 2$ و $\vec{v}^2 = 3$ و $\vec{u}.\vec{v} = 5$.

أ ـ أحسب $(2\vec{u} - \vec{v})(\vec{u} + 2\vec{v})$

ب ـ بين أن $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + 2\vec{u}.\vec{v} + \|\vec{v}\|^2$.

II ـ الصيغ التحليلية

1 ـ الجداء السلمي

نشاط رقم 2

نعتبر متجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ في المستوى (P) المنسوب لمعلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

بحيث $\vec{u}(x,y)$ و $\vec{v}(x',y')$.

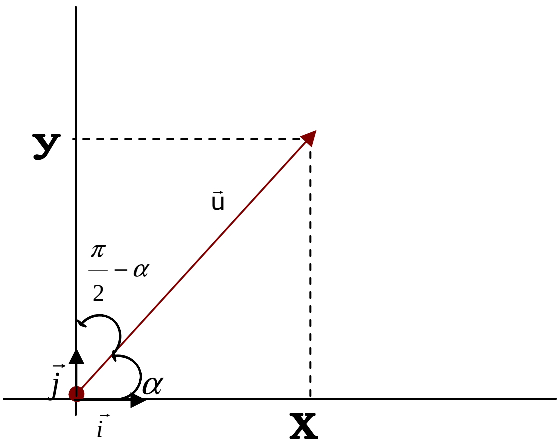
أكتب الجداء السلمي $\vec{u}.\vec{v}$ بدلالة x' و y' و x و y .

خاصية :

المستوى (P) منسوب لمعلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

إذا كانت $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين بحيث $\vec{u}(x,y)$ و $\vec{v}(x',y')$ في الأساس $(\vec{i},\vec{j})$

فإن $\vec{u}.\vec{v} = xx' + yy'$



2 ـ إحداثيتا متجهة في أساس متعامد ممنظم مباشر.

نشاط رقم 3

نعتبر متجهة $\vec{u}(x,y)$ في أساس متعامد ممنظم $(\vec{i},\vec{j})$.

1 ـ أحسب $\vec{u}.\vec{i}$ و $\vec{u}.\vec{j}$.

2 ـ استنتج قيمة x و y بدلالة α قياس الزاوية $(\vec{i},\vec{u})$.

3 ـ أكتب $\vec{u}$ بدلالة $\cos\alpha$ و $\sin\alpha$.

خاصية :

إذاكان (x,y) هو زوج إحداثيتي متجهة غير منعدمة $\vec{u}$ في أساس متعامد ممنظم مباشر $(\vec{i},\vec{j})$

و α قياس الزاوية $\left(\vec{i},\vec{u}\right)$ فإن $\vec{u} = \|\vec{u}\|(\cos\alpha\vec{i} + \sin\alpha\vec{j})$.

3 ـ منظم متجهة و المسافة بين نقطتين

نشاط رقم 4

نعتبر النقطتين $A(x_A,y_A)$ و $B(x_B,y_B)$ في معلم متعامد ممنظم .

1 ـ حدد إحداثيتي المتجهة $\overrightarrow{AB}$.

2 ـ أحسب $\|\overrightarrow{AB}\|^2$ ثم استنتج تعبيرا للمسافة AB .

خاصية :

إذا كانت $A(x_A,y_A)$ و $B(x_B,y_B)$ نقطتين في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

و إذا كانت $\vec{u}(x,y)$ في الأساس $(\vec{i},\vec{j})$ فإن :

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ و $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

4 ـ حساب $\cos\alpha$ و $\sin\alpha$:

نشاط رقم 5

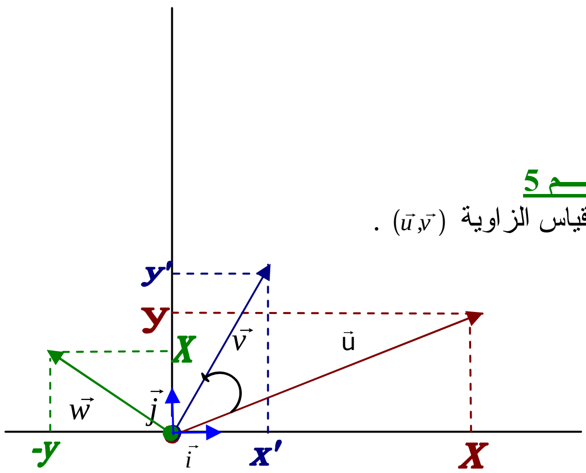
نعتبر المتجهتين $\vec{u}(x,y)$ و $\vec{v}(x',y')$ في أساس متعامد ممنظم مباشر $(\vec{i},\vec{j})$ و α قياس الزاوية $(\vec{u},\vec{v})$.

1 ـ أحسب الجداء السلمي $\vec{u}.\vec{v}$ ثم استنتج $\cos\alpha$ بدلالة $\vec{u}.\vec{v}$ و $\|\vec{u}\|$ و $\|\vec{v}\|$.

2 ـ نعتبر المتجهة $\vec{w}$ بحيث $(\vec{u},\vec{w}) = \frac{\pi}{2}$ و $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$.

أ ـ أحسب $\vec{v}.\vec{w}$ بدلالة $\sin\alpha$.

ب ـ أوجد تعبيرا لـ $\sin\alpha$ بدلالة $\|\vec{u}\|$ و $\|\vec{v}\|$ و $\det(\vec{u},\vec{v})$.



القدرات المستهدفة

ـ التعبير عن توازي و تعامد مستقيمين .
ـ حساب مساحات و قياسات زوايا باستعمال الجداء السلمي.

خاصية :

إذا كان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتان غير منعدمتين و α قياس الزاوية $(\vec{u},\vec{v})$ فإن :

$\sin\alpha = \dfrac{\det(\vec{u},\vec{v})}{\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|}$ و $\cos\alpha = \dfrac{\vec{u}.\vec{v}}{\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|}$.

تمرين تطبيقي رقـــــــم 2

$(\vec{i},\vec{j})$ اساس متعامد ممنظم مباشر.

1 ـ أحسب $\vec{u}.\vec{v}$ في الحالتين التاليتين :

أ ـ $\vec{u}(3,-1)$ و $\vec{v}(-2,4)$.

ب ـ $\vec{u}(\sqrt{3}-\sqrt{2},\sqrt{2}+1)$ و $\vec{v}(\sqrt{2}-1,\sqrt{3}+2)$.

2 ـ حدد قيمة العدد m لكي تكون $\vec{u}(2,m)$ و $\vec{v}(3,-2)$ متعامدتين .

3 ـ نعتبر المتجهة $\vec{u}(2,-3)$. حدد المتجهات $\vec{v}(x,y)$ بحيث يكون $\vec{u}.\vec{v}=2$ و $\|\vec{v}\|=2$.

4 ـ نعتبر المتجهتين $\vec{u}(\sqrt{3}-1,\sqrt{3}+1)$ و $\vec{v}(-1,1)$. أحسب $\cos(\vec{u},\vec{v})$ و $\sin(\vec{u},\vec{v})$

III ـ معادلة مستقيم معرف بمتجهة منظمية :

1 ـ متجهة منظمية على مستقيم.

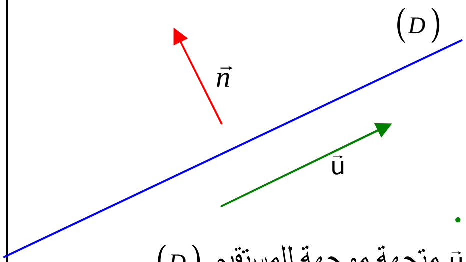
نـــشـــــاط رقــــم 6

نعتبر المستقيم (D) الذي معادلته : $2x-3y+1=0$.

1 ـ حدد متجهة $\vec{u}$ موجهة للمستقيم (D).

2 ـ بين أن المتجهات $\vec{n}(2,-3)$ و $\vec{n}'(6,-9)$ و $\vec{n}''(-10,15)$ متعامدة مع المتجهة $\vec{u}$.

3 ـ بين أن المتجهات $\vec{n}(2,-3)$ و $\vec{n}'(6,-9)$ و $\vec{n}''(-10,15)$ مستقيميتان مثنى مثنى.



تعريف :

(D) مستقيم في المستوى .

كل متجهة غير منعدمة عمودية على متجهة موجهة للمستقيم (D) تسمى متجهة منظمية على (D) .

$\vec{u}$ متجهة موجهة للمستقيم (D)

و $\vec{n}$ متجهة منظمية عليه.

ملاحظة:

ـ إذا كانت $\vec{n}$ متجهة منظمية على (D) فإن كل متجهة $k\vec{n}$ بحيث $k\in\mathbb{R}$ منظمية عليه.

ـ إذا كانت $\vec{n}$ متجهة منظمية على (D) و $\vec{n}'$ متجهة منظمية على (D) فإن $\vec{n}$ و $\vec{n}'$ مستقيميتان.

ـ إذا كان $\vec{u}(a,b)$ متجهة موجهة لمستقيم (D) فإن المتجهة $\vec{n}(-b,a)$ منظمية عليه.

ـ إذا كان (D) مستقيم معادلته $ax+by+c=0$ فإن $\vec{u}(-b,a)$ متجهة موجهة له و $\vec{n}(a,b)$ منظمية عليه.

تمرين تطبيقي رقـــــــم 3

1 ـ (D) مستقيم معرف بتمثيله البارامتري $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-3t \end{cases} \quad t\in\mathbb{R}$. حدد متجهة $\vec{u}$ موجهة للمستقيم (D) و حدد متجهة $\vec{n}$ منظمية على (D).

2 ـ (D) مستقيم معرف بمعادلته $3x-4y+3=0$. حدد متجهة $\vec{u}$ موجهة للمستقيم (D) و حدد متجهة $\vec{n}$ منظمية على (D).

3 ـ (D) مستقيم معادلته هي $-x+2y-1=0$.

أ ـ حدد معادلة المستقيم (D') الذي يمر من $A(2,1)$ و الموازي للمستقيم (D) .

ب ـ حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من $B(1,0)$ و العمودي على المستقيم (D) .

2 ـ معادلة مستقيم معرف بنقطة و بمتجهة منظمية عليه.

نـــشـــــاط رقــــم 7

ليكن $(O,\vec{i},\vec{j})$ معلم متعامد ممنظم.نعتبر المتجهة $\vec{n}(3,-1)$ و النقطة $A(-2,4)$.

1 ـ لتكن $M(x,y)$, حدد إحداثيتي المتجهة $\overrightarrow{AM}$ ثم أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AM}.\vec{n}$.

2 ـ بين أن مجموعة النقط $M(x,y)$ التي تحقق العلاقة $\overrightarrow{AM}.\vec{n}=0$ هو المستقيم المار من $A(-2,4)$ و الموجه بالمتجهة $\vec{u}(1,3)$.

Chorfi_mouhsine@yahoo.fr

القدرات المستهدفة

ـ التعبير عن توازي و تعامد مستقيمين .
ـ حساب مساحات و قياسات زوايا باستعمال الجداء السلمي.

خاصية :

لتكن $\vec{n}(a,b)$ متجهة غير منعدمة و $A(x_0,y_0)$ نقطة من المستوى.

مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق العلاقة $\overrightarrow{AM}.\vec{n}=0$ هي المستقيم المار من النقطة A و الموجه بالمتجهة $\vec{u}(-b,a)$

بمعنى آخر : هو المستقيم المار من النقطة A و المتجهة $\vec{n}(a,b)$ منظمية عليه .

تمرين تطبيقي رقـــــــــم 4

1 ـ حدد معادلة المستقيم (D) المار من النقطة $A(2,3)$ و $\vec{n}(2,-1)$ متجهة منظمية عليه .
2 ـ حدد معادلة المستقيم (D) المار من النقطة $A(4,-2)$ و $\vec{n}(\sqrt{2},-1)$ متجهة منظمية عليه.
3 ـ حدد معادلة المستقيم (D) واسط القطعة $[AB]$ بحيث $A(3,-1)$ و $B(-1,5)$.

3 ـ المسافة بين نقطة و مستقيم.

نـــشـــــاط رقــــــــم 8

1 ـ ليكن (D) مستقيم يمر من النقطة $A(-1,-1)$ و $\vec{n}(2,-1)$ متجهة منظمية عليه.
أ ـ حدد معادلة المستقيم (D) .
ب ـ حدد معادلة المستقيم (D') المار من $M(3,2)$ و العمودي على المستقيم (D) .
ج ـ حدد إحداثيتي النقطة H تقاطع (D) و (D') ثم استنتج المسافة بين النقطة M و المستقيم (D).
2 ـ ليكن (D) مستقيم يمر من النقطة $A(x_A,y_A)$ و $\vec{n}(a,b)$ متجهة منظمية عليه.
و $M(x_M,y_M)$ نقطة من المستوى و H المسقط العمودي للنقطة M على المستقيم (D) .
أ ـ بين أن $\vec{n}.\overrightarrow{AM}=\vec{n}.\overrightarrow{HM}$.
ب ـ بين أن $MH=\dfrac{|ax_M+by_M+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

مبرهنة :

المستوى (P) منسوب لمعلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

ليكن (D) مستقيم معادلته $ax+by+c=0$ بحيث $(a,b)\neq(0,0)$ و $M(x_M,y_M)$ نقطة من المستوى (P) .

مسافة النقطة M عن المستقيم (D) هي : $d(M,(D))=\dfrac{|ax_M+by_M+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

تمرين تطبيقي رقـــــــــم 5

1 ـ أحسب مسافة النقطة A عن المستقيم (D) في الحالات التالية :
أ ـ $A(3,-1)$ و $(D):2x-4y+1=0$.
ب ـ $A(-2,1)$ و $(D):x-3y+3=0$.
ج ـ $A(3,-2)$ و (D) معرف بتمثيله البارامتري $\alpha\in\mathbb{R}$ $\begin{cases}x=-2+3\alpha\\y=-1-3\alpha\end{cases}$