تمارين تطبيقات تحليلية للجداء السلمي

الأولى علوم رياضية

تمرين01:

في المستوى (P) المنسوب لمعلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$، نعتبر النقطتين

$A(3,0)$ و $B(0,-3)$ و المجموعة $(\zeta)=\{M(x,y)\in(P)/AM=2.BM\}$.

1)- بين أن (ζ) دائرة و حدد مركزها Ω و شعاعها R .

2)- أدرس تبعا لقيم البارامتر الحقيقي m تقاطع الدائرة (ζ) مع المسقيم (D_m) الذي معادلته: $x-y+m=0$.

تمرين02:

في المستوى (P) المنسوب لمعلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$، نعتبر النقطتين

$A(0,-3)$ و $B(2,-1)$.

1)- أوجد معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) واسط القطعة $[AB]$.

2)- حدد مركز و شعاع الدائرة (ζ) المارة من النقطتين A و B والتي مركزها Ω ينتمي إلى المستقيم $(D):y+3=0$.

3)- أدرس تقاطع الدائرة (ζ) مع محوري المعلم (Ox) و (Oy) .

4)- بين أنه يوجد مماسين (Δ_1) و (Δ_2) للدائرة (ζ) موجهين بالمتجهة $\vec{u}(-3,4)$ و حدد معادلتاهما .

5)- تحقق من أن النقطة $C(2,1)$ توجد خارج الدائرة (ζ)، وحدد معادلتي المماسين ل (ζ) و المارين من C .

تمرين03:

1)- حدد مركز و شعاع الدائرة (ζ) التي معادلتها: $(E):x^2+y^2+2.x-4=0$.

2)- بين أن المستقيم $(\Delta):x+2.y-4=0$ مماس للدائرة (ζ) في نقطة A يتم تحديد إحداثيتيها .

3)- حل مبيانيا في $\mathbb{R}^2$ النظمة:

$$(S):\begin{cases} x^2+y^2+2.x-4\le 0 \\ x-\frac{1}{2}.y+1\succ 0 \\ 0\le y\le 2 \end{cases}$$

تمرين04:

في المستوى (P) المنسوب لمعلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$، نعتبر النقطتين:

$A(-1,0)$ و $B(2,0)$ و المجموعة $(\Gamma)=\{M(x,y)\in(P)/MA^2-4.MB^2=0\}$.

1)- بين أن (Γ) دائرة و حدد مركزها Ω و شعاعها R .

2)- حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (D) واسط القطعة $[C\Omega]$ حيث $C(0,3)$.

3)- أدرس تقاطع الدائرة (Γ) و المستقيم (D) .

4)- تحقق من أن $O\notin(\zeta)$، ثم حدد معادلتي المماسين للدائرة (ζ) المارين من O .

5)- حل مبيانيا في $\mathbb{R}^2$ النظمة:

$$(1):\begin{cases} x^2+y^2-6.x+5\succ 0 \\ \sqrt{5}.|y|\prec 2.x \end{cases}$$.

تمرين05:

1)- حدد مركز و شعاع الدائرة (ζ) التي معادلتها: $x^2+y^2-6.x+5=0$.

2)- بين أن المستقيم $(\Delta):x-\sqrt{3}.y+1=0$ مماس للدائرة (ζ) في نقطة يتم تحديدها .

3)- حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (D) العمودي على (Δ) و المار من النقطة $I(5,0)$،

ثم بين أن: $(D)\cap(\zeta)=\{I,J\}$ حيث J نقطة يتم تحديدها .

4)- أحسب $\cos\left(\overrightarrow{AI},\overrightarrow{AJ}\right)$ و $\sin\left(\overrightarrow{AI},\overrightarrow{AJ}\right)$، ثم إستنتج القياس الرئيسي للزاوية $\left(\widehat{\overrightarrow{AI},\overrightarrow{AJ}}\right)$.

5)- حل مبيانيا في $\mathbb{R}^2$ النظمة:

$$(*)\begin{cases} x^2+y^2-6.x+5\succ 0 \\ \left(x-\sqrt{3}.y+1\right)\times\left(\sqrt{3}.x+y-5\sqrt{3}\right)\prec 0 \end{cases}$$

تمرين06:

لتكن (ζ) دائرة معادلتها: $x^2+y^2+2.x+4.y-5=0$.

1)- حدد $(\zeta)\cap(Ox)$ و $(\zeta)\cap(Oy)$.

2)- حل مبيانيا في $\mathbb{R}^2$ المتراجحتين:

$$(I_1):x.\left(x^2+y^2+2.x+4.y-5\right)\leq 0;(I_2):y.\left(x^2+y^2+2.x+4.y-5\right)\geq 0$$

مثل مجموعة حلول كل متراجحة في معلم متعامد ممنظم و مباشر .

تمرين07:

لكل m من $\mathbb{R}$، نعتبر الدائرة (ζ_m) التي معادلتها:

$$x^2+y^2-2m.x+(m+2).y-(3.m+4)=0$$

1)- ما هو المحل الهندسي (D) للنقط Ω_m مراكز الدوائر (ζ_m)، لما يتغير m على $\mathbb{R}$.

2)- بين أن جميع الدوائر (ζ_m) تمر من نقطتين ثابتتين A و B يتم تحديدهما، ثم أوجد معادلة ديكارتية للمستقيم (AB) .

تحقق من أن (D) و (AB) متعامدان .

3)- لتكن $M_0(a,b)$ نقطة ثابتة من (P)، ناقش حسب قيم البارامتر الحقيقي m عدد الدوائر (ζ_m) المارة من M_0 .

تمرين08:

نعتبر الدائرة (ζ) التي معادلتها: $x^2+y^2-4.x+3=0$ و المستقيم (D_m) الذي معادلته: $x-y+m=0$، حيث $m\in\mathbb{R}$.

1)- أدرس تبعا لقيم البارامتر m تقاطع المستقيم (D_m) و الدائرة (ζ) .

2)- لتكن I_m منتصف القطعة $[M'M'']$ حيث M' و M'' هما نقطتا تقاطع (D_m) مع (ζ).

حدد المحل الهندسي (Δ) لمجموعة النقط I_m لما يتغير m على $\mathbb{R}$.

3)- بين أنه يمر من O (أصل المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$) مماسين (Δ_1) و (Δ_2) للدائرة (ζ)، و حدد معادلتاهما .

4)- حل مبيانيا في $\mathbb{R}^2$ المتراجحة: $(I):(x^2-3.y^2)\times(x^2+y^2-4.x+3)\geq 0$.

تمرين09:

1)- بين أن النظمة (S) تمثيل بارامتري لدائرة (ζ) محرومة من نقطة A يتم تحديدها.

حيث: $(S):\begin{cases} x=-1+2.\dfrac{1-t^2}{1+t^2} \\ y=3+\dfrac{4.t}{1+t^2} \end{cases} /(t\in\mathbb{R})$.

2)- لتكن $M_0(t)$ نقطة من $(\zeta)-\{A\}$، (t هو بارامتر النقطة M_0) و (Δ_t) المماس ل (ζ) في النقطة $M_0(t)$.

بين أن معادلة (Δ_t) هي: $(1-t^2).x+2t.y-(1+6t+3t^2)=0$.

تمرين10:

في المستوى (P) المنسوب لمعلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$، نعتبر نقطتين مختلفتين

A و B بحيث: $AB=3.\sqrt{2}$ و المجموعة $(\Gamma)=\left\{M\in(P)/\frac{MA}{MB}=2\right\}$.

1)- بين أن (Γ) هي الدائرة التي شعاعها $2.\sqrt{2}$ و مركزها النقطة Ω بحيث: $\overrightarrow{A\Omega}=\frac{4}{3}.\overrightarrow{AB}$.

2)- نفترض أن: $A(5,-2)$ و $B(2,1)$ و لتكن (ζ) الدائرة التي أجد أقطارها $[\Omega A]$.

أ)- اعط معادلة ديكارتية لكل من الدائرتين (Γ) و (ζ) .

ب)- بين أن (Γ) و (ζ) يتقاطعان في نقطتين E و F يتم تحديد إحداثيتيهما، و تحقق من أن: $(AB)\perp(EF)$.

ج)- أنشئ الشكل، ثم اعط معادلتي المماسين ل(Γ) و المارين من A .

تمرين11: المستوى (P) منسوب لمعلم متعامد و ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1)- حدد مركز و شعاع الدائرة (ζ) التي معادلتها: $x^2+y^2-2.x+2.y+1=0$.

2)- بين أن المحورين (Ox) و (Oy) مماسين للدائرة (ζ) .

3)- لتكن A و B نقطتين من (P) بحيث يكون المثلث OAB محيطا بالدائرة (ζ) .

بين أن: $OA+OB-AB=2$.

4)- حل مبيانيا في $\mathbb{R}^2$ النظمة:

$$(S'):\begin{cases}x^2+y^2+2.x+2.y+1\geq 0\\ x^2+y^2-1\leq 0\end{cases}$$

تمرين12:

لكل m من المجال $[-1,1]$، نعتبر المستقيم (D_m) الذي معادلته:

. $m.x+\sqrt{1-m^2}.y-1=0$

بين أن المستقيمات (D_m) مماسة (لما يتغير البارامتر m على المجال $[-1,1]$) لدائرة ثابتة (ζ) يتم تحديدها .

تمرين13:

في المستوى (P) منسوب لمعلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$، نعتبر المجموعة:

$$(\zeta_\alpha)=\left\{M\ (x,y)\in(P)/x^2+y^2-2x.\sin\alpha-2y.\sin\alpha-3.\cos(2.\alpha)=0\right\}$$

حيث $\alpha\in\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$.

1)- أدرس تبعا لقيم الوسيط α طبيعة المجموعة (ζ_α) .

2)- تحقق أن المستقيم (D) الذي معادلته $x+y=0$ مماس ل $\left(\zeta_{\left(\frac{\pi}{4}\right)}\right)$.

3)- حدد جميع قيم الوسيط α التي يكون من أجلها $(D)\cap(\zeta_\alpha)$ ثنائية .

تمرين14:

في المستوى (P) منسوب لمعلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$، نعتبر حزمة الدوائر (ζ_m) ذات المعادلة: $(E_m):x^2+y^2-(3-m).x-(1+m).y+m=0$

1)- ما هو المحل الهندسي (D) للنقط Ω_m مراكز الدوائر (ζ_m)، لما يتغير m على $\mathbb{R}$.

2)- بين أن جميع الدوائر (ζ_m) تمر من نقطتين ثابتتين A و B يتم تحديدهما .

3)- حدد قيمة العدد m التي يكون من أجلها المستقيم $(D):x+y-3=0$ مماس ل (ζ_m)

ثم أوجد إحداثيتي نقطة تماسهما .