

سلسلة حول تحليلية الجداء السلمي

ملاحظة :

نعتبر في جميع التمارين التالية أن المستوى منسوب لمعلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

تمرين 1 :

- نعتبر النقط :  $A(5,7)$  و  $B(2,3)$  و  $C(9,4)$ .
- (1) أثبت أن المثلث  $ABC$  قائم الزاوية في  $A$ .
- (2) احسب أطوال أضلاع المثلث  $ABC$  و  $\cos \hat{B}$  و  $\cos \hat{C}$ .

تمرين 2 :

- نعتبر النقط :  $A(3,2)$  و  $B(5,6)$  و  $C(-1,4)$ .
- (أ) احسب المسافتين  $BA$  و  $BC$  و الجداء السلمي  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ .
- (ب) ليكن  $\alpha$  القياس الرئيسي للزاوية الموجهة  $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$  ، احسب  $\cos \alpha$  و  $\sin \alpha$  ثم استنتج قيمة  $\alpha$ .

تمرين 3 :

- نعتبر النقط  $A(3,-2)$  و  $B(1,-3)$  و  $C(2,0)$ .
- بين أن المثلث  $ABC$  متساوي الساقين و قائم الزاوية في  $A$ .

تمرين 4 :

- نعتبر النقط :  $A(0,1)$  و  $B(0,9)$  و  $C(3,0)$ .
- حدد معادلة ديكارتية لكل من واسطي القطعتين  $[AB]$  و  $[AC]$ .

### تمرين 5 :

- نعتبر النقط :  $A(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$  و  $B(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  و  $C(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}, 1 - \frac{\sqrt{3}}{2})$  .  
 (أ) احسب  $AB$  و  $AC$  و  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$  .  
 (ب) استنتج :  $\cos(\overline{AB}, \overline{AC})$  و  $\sin(\overline{AB}, \overline{AC})$  .  
 (ج) ما هي طبيعة المثلث  $ABC$  ؟ .

### تمرين 6 :

- نعتبر  $\Omega(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  و  $(\Delta): x - y - 4 = 0$  . احسب  $d(\Omega, (\Delta))$  .

### تمرين 7 :

- نعتبر النقط :  $A(2, 0)$  و  $B(0, 2)$  و  $M(x, y)$  حيث  $x, y \in \mathbb{R}$  .  
 (أ) احسب  $\overline{AM} \cdot \overline{AB}$  .  
 (ب) استنتج أن مجموعة النقط  $M$  من المستوى التي تحقق  $\overline{AM} \cdot \overline{AB} = 6$  هي المستقيم  $(D)$  ذو المعادلة :  $x - y + 1 = 0$  .  
 بين أن  $(D)$  و  $(AB)$  متعامدين في نقطة يجب تحديدها .

### تمرين 8 :

- نعتبر النقط  $M(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$  و  $N(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$  و  $P(\frac{1+\sqrt{3}}{2}, \frac{1-\sqrt{3}}{2})$  .  
 (1) تحقق أن النقطتين  $M$  و  $N$  تنتميان إلى الدائرة المثلثية المرتبطة بالمعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  .  
 (2) أ) تحقق أن القطعتين  $[OP]$  و  $[MN]$  لهما نفس المنتصف .  
 ب) احسب  $\overline{OM} \cdot \overline{MP}$  و  $MP$  و  $OM$  .  
 ج) استنتج أن الرباعي  $(OMNP)$  مربع .  
 (3) أ) تحقق أن  $\frac{\pi}{6}$  قياس للزاوية  $(\vec{i}, \overline{OM})$  .  
 ب) حدد قياسا للزاوية  $(\overline{OP}, \vec{i})$  .  
 ج) استنتج قيمة كل من  $\sin \frac{\pi}{12}$  و  $\cos \frac{\pi}{12}$  .

تمرين 9 :

نعتبر النقط :  $A(2,3)$  و  $B(-2,-1)$  و  $C(1,-1)$   
(أ) أوجد معادلات ديكارتية لواسطات المثلث  $ABC$  .  
(ب) تحقق أن هذه الواسطات تتقاطع في نقطة  $\Omega$  متساوية المسافة عن رؤوس المثلث  $ABC$  .

تمرين 10 :

نعتبر النقط :  $A(2,3)$  و  $B(-2,-1)$  و  $C(1,-1)$   
(أ) أوجد معادلات ديكارتية لارتفاعات المثلث  $ABC$  .  
(ب) تحقق أن هذه الارتفاعات تتقاطع في نقطة  $\Omega$  متساوية المسافة عن أضلاع المثلث  $ABC$  .

تمرين 11 :

نعتبر النقط :  $A(3,2)$  و  $B(5,6)$  و  $C(-1,4)$  .  
(أ) حدد معادلة ديكارتية لكل من المستقيمات التالية :  $(AB)$  و  $(BC)$  و  $(AC)$  .  
(ب) أوجد معادلات المنصفات الداخلية للمثلث  $ABC$  واحسب زوج إحداثياتي مركز الدائرة المحاطة بالمثلث  $ABC$  .

تمرين 12 :

نعتبر النقطة  $A(1,1)$  والمستقيم  $(D)$  ذو المعادلة :  $x + y - 4 = 0$  .  
(1) حدد زوج إحداثياتي النقطة  $H$  المسقط العمودي للنقطة  $A$  على  $(D)$  .  
(2) حدد معادلة المستقيم  $(\Delta)$  صورة المستقيم  $(D)$  بالتمائل المركزي الذي مركزه النقطة  $A$  .  
(3) أوجد زوج إحداثياتي النقطة  $A'$  صورة النقطة  $A$  بالتمائل المحوري  $S_D$  الذي محوره المستقيم  $(D)$  .  
(4) نعتبر المستقيم  $(D_1)$  المعروف بالمعادلة الديكارتية التالية :  
 $(D_1) : 2x + 3y - 5 = 0$   
حدد معادلة ديكارتية لصورة  $(D_1)$  بالتمائل المحوري الذي محوره المستقيم  $(D)$  .