تطبيقات هندسية للجداء السلمي

الأولى باك علوم رياضية

تمرين 01:

ليكن ABC مثلثا بحيث: $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=\frac{\pi}{3}[2.\pi]$.

حدد قيمة العدد k التي تكون من أجلها $C\in(\Gamma_k)$ حيث: $(\Gamma_k)=\left\{M\in(P)/\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AM}=k\right\}$

ثم أنشيء في هذه الحالة (Γ_k) .

تمرين 02:

ليكن $ABCD$ معينا بحيث $AB=a$.

1)- بين أن: $\forall M\in(P):\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC}=MB^2+\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{BD}+\frac{a^2}{2}$.

2)- حدد ثم أنشيء (Γ_1) و (Γ_2) مجموعة النقط M من (P) التي تحقق على التوالي:

$$(1):\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=MB^2$$

$$(2):\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=MB^2+\frac{a^2}{2}$$

تمرين 03:

$\zeta(O,r)$ و $\zeta'(O',r')$ دائرتان تتقاطعان في نقطتين مختلفتين A و B.

و (Γ) مجموعة النقط M من (P) بحيث: $MT=MT'$ حيث T هي نقطة تقاطع المماس ل(ζ) و المار من M و T' هي نقطة تقاطع المماس ل(ζ') و المار من M .

1)- بين أن: $(\Gamma)\subset\left\{M\in(P)/MO^2-MO'^2=k\right\}$ حيث k عدد حقيقي يتم تحديده .

2)- تحقق من أن: $\{A,B\}\subset(\Gamma)$.

3)- حدد (Γ)، ثم أنشئها .

تمرين 04:

ليكن $ABCD$ مستطيلا مركزه O بحيث $AB=2.BC=4$.

و لكل k من $\mathbb{R}$ نضع: $(\zeta_k)=\{M\in(P)/MA^2+MB^2+MC^2+MD^2=k\}$.

1)- أدرس تبعا لقيم k من $\mathbb{R}$ طبيعة المجموعة (ζ_k) .

2)- أ)- حدد قيمة العدد k لكي تكون المجموعة (ζ_k) محيطة بالمستطيل $ABCD$.

ب)- حدد قيمة العدد k لكي تكون المجموعة (ζ_k) مماسة للمستقيمين (AB) و (CD) .

ج)- حدد قيمة العدد k لكي تكون المجموعة (ζ_k) مماسة للمستقيمين (AD) و (BC) .

تمرين 05:

لتكن A و B نقطتين من (P) بحيث: $AB=6$، و لكل k من $\mathbb{R}$ نضع:

$(\Gamma_k)=\{M\in(P)/\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AM}=k\}$.

1)- حدد ثم أنشىء (Γ_0) و (Γ_{-5}) و (Γ_{16}) .

2)- حدد ثم أنشىء (Σ) مجموعة النقط M من (P) بحيث: $-5\leq\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}\leq16$.

تمرين 06:

لتكن A و B نقطتين من (P) بحيث: $AB=3$.

1)- أدرس تبعا لقيم k من $\mathbb{R}$ طبيعة المجموعة (ζ_k)، حيث:

$(\zeta_k)=\{M\in(P)/(2.\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}).(\overrightarrow{MA}-2.\overrightarrow{MB})=k\}$.

2)- نعتبر المجموعة: $(\Gamma)=\{M\in(P)/2.(MA^2+MB^2)=5.MA\times MB\}$.

أ)- تحقق من أن: $A\notin(\Gamma)$ و $B\notin(\Gamma)$.

ب)- حدد المجموعة (Γ) ثم أنشئها .

تمرين 07:

ليكن ABC مثلثا قائم الزاوية في A بحيث $AB=4$ و $AC=2$.

1)- أدرس تبعا لقيم k من $\mathbb{R}$ طبيعة المجموعة:

$(\Gamma_k)=\{M\in(P)/-3.MA^2+MB^2+4.MC^2=k\}$.

2)- حدد قيمة العدد k التي تكون من أجلها $A\in(\Gamma_k)$، ثم أنشئها .

تمرين 08:

A و B و C ثلاث نقط من (P)، و (Γ) مجموعة النقط M من (P) بحيث:

$MA^2 - 2.MB^2 + MC^2 = 50$.

حدد ثم أنشيء (Γ) في الحالات التالية:

(1): B منتصف القطعة $[AC]$ و $AC = 10$

(2): A و B و C غير مستقيمية و $BA = BC = 5$

(3): ABC مثلثا قائم الزاوية في B و $BA = 3$ و $BC = 4$.

تمرين 09:

ليكن ABC مثلثا بحيث: $AB = AC = 4$ و $BC = 2$.

1)- بين أن:

$\forall M \in (P) : -MA^2 + MB^2 + MC^2 = -28 + MG^2$، حيث:

$G = bar\{(A,-1);(B,1);(C,1)\}$.

2)- لكل k من $\mathbb{R}$ نضع: $(\zeta_k) = \{M \in (P) / -MA^2 + MB^2 + MC^2 = k\}$.

حدد k لكي تكون (ζ_k) مماسة ل(BC) .

تمرين 10:

نعتبر في المستوى (P) مثلثا ABC متساوي الأضلاع طول ضلعه $a = \sqrt{3}$، والنقطة I هي منتصف القطعة $[BC]$. لتكن النقطة G مرجح النظمة المتزنة:

$\{(A,-4);(B,1);(C,1)\}$.

1)- أثبت أن النقطة G هي مماثلة النقطة I بالنسبة ل A، ثم أنشيء G .

2)- لتكن (ζ_k) مجموعة النقط M من (P) بحيث:

$-4.MA^2 + MB^2 + MC^2 = \dfrac{k}{2}$، حيث $k \in \mathbb{R}$.

أ)- أثبت أن: $M \in (\zeta_k) \Leftrightarrow MG^2 = \dfrac{21-k}{4}$.

ب)- ناقش حسب قيم البارامتر الحقيقي k طبيعة المجموعة (ζ_k) .

تمرين11:

نعتبر في المستوى الأقليدي (P) مثلثا ABC قائم الزاوية في B بحيث:

$AB=3$ و $BC=4$ ، و ليكن G مرجح النظمة المتزنة $\{(A,1);(B,4);(C,1)\}$ ، و f

هو التطبيق: $f:\left|\begin{array}{l}(P)\to\mathbb{R}_+\\ M\mapsto MA^2+4.MB^2+MC^2\end{array}\right.$.

1)- بين أن: $\forall M\in(P):f(M)=6.MG^2+f(G)$.

2)- النقطة I هي منتصف القطعة $[AC]$،

أ)- بين أن: $G=bar\{(I,2);(B,4)\}$ و $GA^2+GC^2=2.GI^2+\dfrac{AC^2}{2}$.

ب)- إستنتج قيمة $f(G)$.

3)- حدد طبيعة المجموعة: $(\Sigma)=\{M\in(P)/f(M)=25\}$.

تمرين12:

نعتبر في المستوى (P) مستطيلا $ABCD$ عرضه $a=AB$ و طوله $b=AD$ ($0\prec a\prec b$)

1)- بين أن: $D=bar\{(A,1);(B,-1);(C,1)\}$.

2)- حدد ثم أنشيءالمجموعة:

$$(\Gamma)=\{M\in(P)/2.a^2+b^2\le MA^2+MB^2+MC^2+MD^2\le 2b^2+a^2\}$$