

تطبيقات هندسية للجداء السلمي

الأولى باك علوم رياضية

تمرين 01:

ليكن ABC مثلثا بحيث: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{3} [2.\pi]$.

حدد قيمة العدد k التي تكون من أجلها $C \in (\Gamma_k)$ حيث: $(\Gamma_k) = \{M \in (P) / \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = k\}$
ثم أنشيء في هذه الحالة (Γ_k) .

تمرين 02:

ليكن $ABCD$ معيننا بحيث $AB = a$.

$$(1) \text{- بين أن: } \forall M \in (P): \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = MB^2 + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{BD} + \frac{a^2}{2}$$

(2)- حدد ثم أنشيء (Γ_1) و (Γ_2) مجموعة النقط M من (P) التي تحقق على التوالي:

$$(1): \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MB^2$$

$$(2): \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MB^2 + \frac{a^2}{2}$$

تمرين 03:

$\zeta(O, r)$ و $\zeta'(O', r')$ دائرتان تتقاطعان في نقطتين مختلفتين A و B .

و (Γ) مجموعة النقط M من (P) بحيث: $MT = MT'$ حيث T هي نقطة تقاطع

المماس ل (ζ) و المار من M و T' هي نقطة تقاطع المماس ل (ζ') و المار من M .

(1)- بين أن: $(\Gamma) \subset \{M \in (P) / MO^2 - MO'^2 = k\}$ حيث k عدد حقيقي يتم تحديده .

(2)- تحقق من أن: $\{A, B\} \subset (\Gamma)$.

(3)- حدد (Γ) ، ثم أنشئها .

تمرين 04:

ليكن $ABCD$ مستطيلا مركزه O بحيث $AB = 2.BC = 4$.

- و لكل k من \mathbb{R} نضع: $(\zeta_k) = \{M \in (P) / MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = k\}$.
- (1)- أدرس تبعا لقيم k من \mathbb{R} طبيعة المجموعة (ζ_k) .
- (2)- أ) حدد قيمة العدد k لكي تكون المجموعة (ζ_k) محيطة بالمستطيل $ABCD$.
 ب)- حدد قيمة العدد k لكي تكون المجموعة (ζ_k) مماسة للمستقيمين (AB) و (CD) .
 ج)- حدد قيمة العدد k لكي تكون المجموعة (ζ_k) مماسة للمستقيمين (AD) و (BC) .

تمرين 05:

- لتكن A و B نقطتين من (P) بحيث: $AB = 6$ ، و لكل k من \mathbb{R} نضع:
- $(\Gamma_k) = \{M \in (P) / \overline{AB} \cdot \overline{AM} = k\}$
- (1)- حدد ثم أنشئ (Γ_0) و (Γ_{-5}) و (Γ_{16}) .
- (2)- حدد ثم أنشئ (Σ) مجموعة النقط M من (P) بحيث: $-5 \leq \overline{MA} \cdot \overline{MB} \leq 16$.

تمرين 06:

- لتكن A و B نقطتين من (P) بحيث: $AB = 3$.
- (1)- أدرس تبعا لقيم k من \mathbb{R} طبيعة المجموعة (ζ_k) ، حيث:
- $(\zeta_k) = \{M \in (P) / (2\overline{MA} + \overline{MB}) \cdot (\overline{MA} - 2\overline{MB}) = k\}$
- (2)- نعتبر المجموعة: $(\Gamma) = \{M \in (P) / 2 \cdot (MA^2 + MB^2) = 5 \cdot MA \times MB\}$
- أ)- تحقق من أن: $A \notin (\Gamma)$ و $B \notin (\Gamma)$.
- ب)- حدد المجموعة (Γ) ثم أنشئها .

تمرين 07:

- ليكن ABC مثلثا قائم الزاوية في A بحيث $AB = 4$ و $AC = 2$.
- (1)- أدرس تبعا لقيم k من \mathbb{R} طبيعة المجموعة:
- $(\Gamma_k) = \{M \in (P) / -3 \cdot MA^2 + MB^2 + 4 \cdot MC^2 = k\}$
- (2)- حدد قيمة العدد k التي تكون من أجلها $A \in (\Gamma_k)$ ، ثم أنشئها .

تمرين 08:

A و B و C ثلاث نقط من (P) ، و (Γ) مجموعة النقط M من (P) بحيث:

$$MA^2 - 2.MB^2 + MC^2 = 50$$

حدد ثم أنشيء (Γ) في الحالات التالية:

(1): B منتصف القطعة $[AC]$ و $AC = 10$

(2): A و B و C غير مستقيمة و $BA = BC = 5$

(3): ABC مثلثا قائم الزاوية في B و $BA = 3$ و $BC = 4$.

تمرين 09:

ليكن ABC مثلثا بحيث: $AB = AC = 4$ و $BC = 2$.

(1)- بين أن:

$$\forall M \in (P): -MA^2 + MB^2 + MC^2 = -28 + MG^2$$

حيث:

$$G = \text{bar} \{(A, -1); (B, 1); (C, 1)\}$$

(2)- لكل k من \mathbb{R} نضع: $(\zeta_k) = \{M \in (P) / -MA^2 + MB^2 + MC^2 = k\}$

حدد k لكي تكون (ζ_k) مماسة لـ (BC) .

تمرين 10:

نعتبر في المستوى (P) مثلثا ABC متساوي الأضلاع طول ضلعه $a = \sqrt{3}$ ، والنقطة I

هي منتصف القطعة $[BC]$. لتكن النقطة G مرجح النظمة المترنة:

$$\{(A, -4); (B, 1); (C, 1)\}$$

(1)- أثبت أن النقطة G هي مائلة النقطة I بالنسبة لـ A ، ثم أنشيء G .

(2)- لتكن (ζ_k) مجموعة النقط M من (P) بحيث:

$$-4.MA^2 + MB^2 + MC^2 = \frac{k}{2}$$

(أ)- أثبت أن: $M \in (\zeta_k) \Leftrightarrow MG^2 = \frac{21-k}{4}$

(ب)- ناقش حسب قيم البارامتر الحقيقي k طبيعة المجموعة (ζ_k) .

تمرين 11:

نعتبر في المستوى الأقليدي (P) مثلثنا ABC قائم الزاوية في B بحيث:
 $AB = 3$ و $BC = 4$ ، و ليكن G مرجح النظمة المتزنة $\{(A,1);(B,4);(C,1)\}$ ، و f

$$f : \begin{cases} (P) \rightarrow \mathbb{R}_+ \\ M \mapsto MA^2 + 4.MB^2 + MC^2 \end{cases} \quad \text{هو التطبيق:}$$

$$(1) - \text{بين أن: } \forall M \in (P): f(M) = 6.MG^2 + f(G)$$

$$(2) - \text{النقطة } I \text{ هي منتصف القطعة } [AC]$$

$$(أ) - \text{بين أن: } G = \text{bar} \{(I,2);(B,4)\} \text{ و } GA^2 + GC^2 = 2GI^2 + \frac{AC^2}{2}$$

$$(ب) - \text{إستنتج قيمة } f(G)$$

$$(3) - \text{حدد طبيعة المجموعة: } (\Sigma) = \{M \in (P) / f(M) = 25\}$$

تمرين 12:

نعتبر في المستوى (P) مستطيلا $ABCD$ عرضه $a = AB$ وطوله $b = AD$ ($0 < a < b$)

$$(1) - \text{بين أن: } D = \text{bar} \{(A,1);(B,-1);(C,1)\}$$

$$(2) - \text{حدد ثم أنشيء المجموعة:}$$

$$(\Gamma) = \{M \in (P) / 2a^2 + b^2 \leq MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 \leq 2b^2 + a^2\}$$