

## التمرين 1 :

ليكن  $ABC$  مثلثا بحيث :  $AB = 1$  و  $BC = 2$  و  $CA = \sqrt{2}$  .  
1. أ- أحسب  $\cos(\widehat{BAC})$  .

ب- أثبت أن :  $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = -\frac{1}{2}$

2. نعتبر النقطة  $D$  بحيث :  $\overline{DB} + 2\overline{DC} = \vec{0}$

أ- بين أن :  $\overline{AD} = \frac{1}{3}(\overline{AB} + 2\overline{AC})$

ب- أحسب الجداء السلمي :  $\overline{AB} \cdot \overline{AD}$  .

ج- استنتج طبيعة المثلث  $ABD$  .

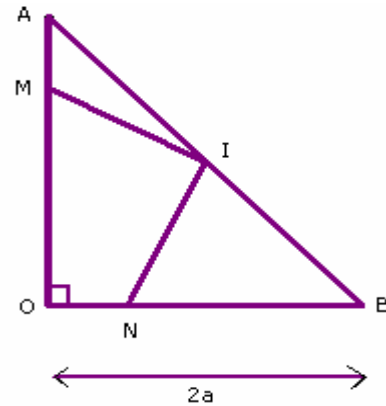
التمرين 2 : في المستوى  $\rho$  , نعتبر  $OAB$  مثلثا متساوي الساقين

وقائم الزاوية في  $O$  . نضع :  $OA = OB = 2a$  : بحيث  $a \in \mathbb{R}_+^*$

لتكن  $M$  نقطة من القطعة  $[OA]$  و  $N$  نقطة من القطعة  $[OB]$

بحيث  $OM + ON = 2a$  . النقطة  $I$  هي منتصف القطعة  $[AB]$  .

أنظر الشكل :



1. أ- أحسب المسافة  $IA$  بدلالة  $a$  .

ب- بين أن :  $AM + BN = 2a$

ج- بين أن :  $\overline{AI} \cdot \overline{AM} + \overline{BI} \cdot \overline{BN} = 2a^2$

2. أ- بين أن :  $AM = \sqrt{2}BI - BN$  وأن :  $BN = \sqrt{2}AI - AM$

ب- باستعمال مبرهنة الكاشي على المثلثين  $IAM$  و  $IBN$  بين أن :

$$IM = IN$$

3. أ- بين أن :  $MN^2 = 4a^2 - 2AM \cdot BN$

ب- بين أن  $IMN$  مثلث قائم الزاوية في النقطة  $I$  .

4. بين أن :  $AM \cos(\widehat{IM, IA}) = BN \sin(\widehat{IM, IA})$

## التمرين 3 :

ليكن  $ABCD$  مربعا مركزه  $I$  طول ضلعه  $a$  . نرسم خارجه

المثلث المتساوي الأضلاع  $BCE$  . نعتبر  $J$  منتصف القطعة  $[AD]$

و  $K$  منتصف القطعة  $[BC]$  .

1. أنشئ الشكل .

2. أ- أحسب  $\overline{IJ} \cdot \overline{IC}$  بدلالة  $a$  .

ii- بين أن :  $\overline{IB} \cdot \overline{IE} = \frac{1+\sqrt{3}}{4}a^2$

iii- استنتج أن :  $\overline{BI} \cdot \overline{BE} = \frac{1-\sqrt{3}}{4}a^2$  .

iv- أحسب  $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$  .

v- استنتج قيمتي  $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$  و  $\tan\left(\frac{7\pi}{12}\right)$  .

3. نفترض أن :  $a = 1$  .

i- تحقق من أن المثلث  $(A, \overline{AB}, \overline{AD})$  معلم متعامد ممنظم .

ii- بين أن  $4x + 2y - 1 = 0$  هي معادلة ديكارتية للمستقيم  $(\Delta)$

العمودي على  $(JC)$  في النقطة  $J$  .

iii- أحسب مسافتي كل من النقطتين  $A$  و  $C$  عن المستقيم  $(\Delta)$  .

التمرين 4 : نعتبر في المستوى  $\rho$  المنسوب الى معلم متعامد

ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  : النقطة :

$$D\left(\frac{5+\sqrt{3}}{2}, \frac{5-\sqrt{3}}{2}\right) \text{ و } C(1,1) \text{ و } B(1,3) \text{ و } A(3,3)$$

1. i- مثل النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  في المستوى  $\rho$  .

ii- بين أن المثلث  $ABC$  متساوي الساقين وقائم الزاوية في  $B$  .  
ثم أحسب مساحة  $ABC$  .

2. i- بين أن :  $\cos(\widehat{AC, AD}) = \frac{1}{2}$

ii- استنتج  $\sin(\widehat{AC, AD})$  علما أن :  $(\widehat{AC, AD}) > 0$  .

iii- استنتج قياسا للزاوية  $(\widehat{AC, AD})$  منتبيا إلى المجال  $[4\pi, 5\pi]$

3. i- أحسب مسافة النقطة  $D$  عن المستقيم  $(AC)$  .

ii- استنتج مساحة الرباعي  $ABCD$  .

4. حدد معادلة ديكارتية للمستقيم المار من النقطة  $A$  والعمودي على  $(AC)$  .

## التمرين 5 :

ليكن  $OAB$  مثلثا متساوي الساقين وقائم الزاوية في النقطة  $O$

بحيث :  $OA = 4$  ؛ وليكن  $I$  منتصف القطعة  $[OA]$  .

نعتبر النقطة  $E$  بحيث :  $\overline{AE} = \frac{1}{4}\overline{OB}$

1. بين أن :  $\overline{IB} \cdot \overline{IE} = 0$

2. ننسب المستوى الى المعلم المتعامد الممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  بحيث :

$$\vec{j} = \frac{1}{4}\overline{OB} \text{ و } \vec{i} = \frac{1}{4}\overline{OA}$$

أ- حدد معادلة ديكارتية للمستقيم  $(BE)$  .

ب- حدد معادلة ديكارتية للمستقيم  $(\Delta)$  المار من النقطة  $I$  والعمودي

على  $(BE)$  .

3. لتكن  $N$  نقطة من المستقيم  $(BE)$  ، أفصولها  $t$  .

أ- بين أن:  $\overline{NO} \cdot \overline{NA} = \frac{1}{16} (5t - 16)^2$  .

ب- استنتج أنه توجد نقطة وحيدة  $F$  من المستقيم  $(BE)$  بحيث يكون  $(FO)$  و  $(FA)$  متعامدان .  
ج- بين أن النقطة  $F$  تنتمي إلى  $(\Delta)$  .

4) نعتبر النقطة  $P$  بحيث:  $\overline{AP} = \frac{1}{2} \overline{OB}$  . أحسب  $\cos(\overline{PB}, \overline{PO})$

**التمرين 6:** نعتبر في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم

النقط:  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ؛  $A \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$  و  $B \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  و  $C \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$  و  $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

1. أحسب  $\overline{BM} \cdot \overline{BC}$  بدلالة  $x$  و  $y$  .

2. لتكن  $(D)$  مجموعة النقط  $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  التي تحقق العلاقة :

$$\overline{BM} \cdot \overline{BC} = BA^2$$

أ- بين أن  $x - y + 5 = 0$  معادلة ديكارتية للمجموعة  $(D)$  .

ب- بين أن  $(D)$  و  $(BC)$  متعامدان .

**التمرين 7 :** نعتبر دائرة  $(C)$  مركزها  $O$  وشعاعها  $R$  .

ليكن  $[CD]$  وترًا موازيًا للقطر  $[AB]$  في هذه الدائرة .

أثبت أن لكل نقطة  $M$  من المستقيم  $(AB)$  يكون لدينا :

$$MC^2 + MD^2 = MA^2 + MB^2$$

**التمرين 8 :**  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان حيث:  $a > 0$  و  $b > 0$  .

بين باستعمال الجداء السلمي أن:  $(a+b) \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq 4$

**التمرين 9 :**  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  أربعة أعداد حقيقية بحيث:

$a \neq 0$  و  $b \neq 0$  . بين أن:  $(a-c)^2 + (b-d)^2 \geq \frac{(ad-bc)^2}{a^2+b^2}$

**التمرين 10 :**

لتكن  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  أربعة نقط من المستوى  $(P)$  .

حدد  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوى  $(P)$  التي تحقق :

$$\|\overline{MA} - 2\overline{MB}\| = \|\overline{MC} - 2\overline{MD}\|$$

**التمرين 11 :** ليكن  $ABCD$  مربعًا .

1. حدد ثلاثة أعداد حقيقية  $a$  و  $b$  و  $c$  بحيث تكون النقطة  $A$  مرجحًا

للنظمة المترنة  $\{(D, a); (C, c); (B, b)\}$  .

2. حدد مجموعة النقط  $M$  التي تحقق ما يلي :

$$\overline{MB} \cdot \overline{MC} + \overline{MC} \cdot \overline{MD} - \overline{MC}^2 = 0$$

**التمرين 12 :**

المستوى  $\mathcal{P}$  منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  .

نعتبر النقط  $A(3, 3)$  و  $B \left( \frac{11}{2}, \frac{3}{2} \right)$  و  $C(7, 3)$  .

1. مثل النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  .

2. أحسب  $\overline{CA} \cdot \overline{CB}$  وحدد قياسًا للزاوية الموجهة  $(\overline{CA}, \overline{CB})$  .

3. حدد معادلة ديكارتية للمستقيم  $(D)$  المار من  $C$  والعمودي على

المستقيم  $(AB)$  .

4. لتكن النقطة  $H$  المسقط العمودي للنقطة  $C$  على المستقيم  $(AB)$  .

أحسب المسافة  $HC$  .

**التمرين 13 :**

1. ليكن  $ABCD$  متوازي أضلاع بحيث يكون الضلع  $[DA]$  عمودي

على القطر  $[DB]$  ؛ ولتكن النقطة  $K$  المسقط العمودي للنقطة  $B$

على المستقيم  $(AC)$  .

أ- بين أن:  $\overline{AB} \cdot \overline{BC} = AD^2$  وأن:  $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = AB^2 + AD^2$  .

ب- استنتج أن:  $AB^2 + AD^2 = AK \cdot AC$  .

2. المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  .

نعتبر النقط:  $A(0, 3)$  و  $B(4, 1)$  و  $C(4, -1)$  و  $D(0, 1)$  .

أ- تحقق أن:  $\overline{AB} = \overline{DC}$  وأن المستقيم  $(DA)$  عمودي على

المستقيم  $(DB)$  .

ب- أكتب معادلة ديكارتية للمستقيم  $(\Delta)$  المار من النقطة  $B$  والعمودي

على المستقيم  $(AC)$  .

ج- أحسب مسافة النقطة  $A$  عن المستقيم  $(\Delta)$  .

**التمرين 14 :**

$ABC$  مثلث في المستوى  $\mathcal{P}$  بحيث :

$BC = 2$  و  $AB = 1$  و  $AC = \sqrt{2}$  .

1. أ- بين أن:  $\cos(\widehat{BAC}) = -\frac{\sqrt{2}}{4}$  .

ب- استنتج أن:  $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = -\frac{1}{2}$  .

2. نعتبر النقطة  $E$  من المستوى  $\mathcal{P}$  بحيث:  $\overline{EB} + 2\overline{EC} = \vec{0}$  .

أ- بين أن:  $\overline{AE} = \frac{1}{3}(\overline{AB} + 2\overline{AC})$  .

ب- أحسب الجداء السلمي  $\overline{AB} \cdot \overline{AE}$  واستنتج طبيعة المثلث  $ABE$  .

**التمرين 15 :**

$ABCD$  معين بحيث:  $AB = a$  ( $a \in \mathbb{R}^{+*}$ ) و  $\widehat{B} = \frac{\pi}{3}$  .

1. تحقق أن:  $\overline{CD} \cdot \overline{CB} = -\frac{a^2}{2}$  .

2. لتكن  $(L)$  مجموعة النقط  $M$  التي تحقق:  $\overline{AM} \cdot \overline{AB} = \overline{CD} \cdot \overline{CB}$  .

أ- تحقق أن  $D$  تنتمي إلى  $(L)$  .

ب- حدد طبيعة المجموعة  $(L)$  .



بالتوفيق إنشاء الله



## التمرين 1 :

نعتبر في المستوى  $\wp$ ؛ مربعاً  $ABCD$  بحيث  $AB = a$ .

1. حدد وأنشئ  $(\Gamma_1)$  مجموعة النقط  $M$  بحيث :

$$\|\overline{MA} - \overline{MB} - \overline{MC} + \overline{MD}\| = \|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} + \overline{MD}\|$$

2. حدد وأنشئ  $(\Gamma_2)$  مجموعة النقط  $M$  بحيث :

$$(\overline{MA} - \overline{MB} - \overline{MC} + \overline{MD}) \cdot (\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} + \overline{MD}) = 2a^2$$

التمرين 2 : نعتبر في المستوى  $\wp$  مثلثاً  $ABC$  متساوي الساقين

رأسه  $A$ . نضع :  $AB = AC = 3a$  و  $BC = 2a$ .

حدد  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  التي تحقق :

$$MA^2 - MB^2 + 3MC^2 = 50a^2$$

التمرين 3 : ليكن  $ABC$  مثلثاً قائماً في  $A$  نضع :

$$AB = c \text{ و } AC = b \text{ و } BC = a$$

1. ليكن  $H$  المسقط العمودي للنقطة  $A$  على  $(BC)$ .

أ- بين أن :  $b^2 = \overline{AC} \cdot \overline{BC} = \overline{CH} \cdot \overline{CB}$  و  $c^2 = \overline{BH} \cdot \overline{BC}$

ب- باختيار معلم على المستقيم  $(BC)$  ؛ بين أن :

$$b^2 \overline{HB} + c^2 \overline{HC} = 0$$

ج- بين أن  $H$  مرجح النظمة المتزنة :  $\{(C, c^2); (B, b^2)\}$

2. ليكن  $f$  التطبيق المعرف من المستوى  $\wp$  نحو  $\mathbb{R}$  بما يلي :

$$f(M) = b^2 MB^2 + c^2 MC^2$$

أ- بين أن :  $f(M) = a^2 MH^2 + b^2 HB^2 + c^2 HC^2$

ب- استنتج من السؤال (1. أ) ؛ أن :  $HB^2 = \frac{c^4}{a^2}$  و  $HC^2 = \frac{b^4}{a^2}$

ثم أحسب  $b^2 HB^2 + c^2 HC^2$

ج- حدد مجموعة النقط  $M$  التي تحقق :  $f(M) = 2b^2 c^2$

التمرين 4 : نعتبر في المستوى  $\wp$  مثلثاً  $ABC$  متساوي الساقين

وقائم الزاوية في  $A$  ؛ نضع :  $AB = a$ .

1. حدد وأنشئ النقطة  $G$  مرجح النظمة المتزنة :

$$\{(C, 1); (B, 1); (A, 2)\}$$

2. لكل نقطة  $M$  من المستوى  $\wp$  ؛ نضع :

$$\vec{v} = -2\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}$$

بين أن المتجهة  $\vec{v}$  ثابتة.

3. حدد وأنشئ  $(\Gamma_1)$  مجموعة النقط  $M$  التي تحقق :

$$\|\overline{2MA} + \overline{MB} + \overline{MC}\| = \|\overline{-2MA} + \overline{MB} + \overline{MC}\|$$

4. حدد وأنشئ  $(\Gamma_2)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوى  $\wp$  التي

$$-2MA^2 + MB^2 + MC^2 = a^2$$

تحقق :

$$2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 6a^2$$

5. حدد وأنشئ  $(\Gamma_3)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوى  $\wp$  التي

$$2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 6a^2$$

تحقق :

## التمرين 5 :

ليكن  $ABC$  مثلثاً من المستوى الأفليدي  $\wp$  بحيث :

$$AC = \sqrt{3} \text{ و } BC = \sqrt{2} \text{ و } AB = 1$$

$a$  و  $b$  و  $c$  ثلاثة أعداد حقيقية موجبة قطعاً.

نعتبر التطبيق :

$$f : \wp \rightarrow \mathbb{R}$$

$$M \mapsto c\overline{MA} \cdot \overline{MB} + a\overline{MB} \cdot \overline{MC} + b\overline{MC} \cdot \overline{MA}$$

1. بين أن :  $f(A) = a$ .

2. ليكن  $G$  مرجح النظمة المتزنة :  $\{(A, b+c); (B, a+c); (C, a+b)\}$

بين أن :  $\forall M \in \wp : f(M) = (a+b+c)MG^2 + f(G)$

3. حدد مجموعة النقط  $M$  من المستوى حيث :  $f(M) = a$ .

التمرين 6 : نعتبر في المستوى مثلثاً  $ABC$  متساوي الأضلاع

طول ضلعه  $a = \sqrt{3}$  والنقطة  $I$  منتصف القطعة  $[BC]$  ولتكن

النقطة  $G$  مرجح النقط المتزنة :  $(A, -4)$  و  $(B, 1)$  و  $(C, 1)$ .

1. أثبت أن :  $\overline{GA} = \overline{AI}$  ؛ ثم أنشئ النقطة  $G$ .

2. لتكن  $(C_k)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوى بحيث :

$$-4MA^2 + MB^2 + MC^2 = \frac{k}{2}$$

أ- أثبت أن :  $M \in (C_k) \Leftrightarrow MG^2 = \frac{21-k}{4}$

ب- ناقش ؛ حسب قيم البارامتر الحقيقي  $k$  ؛ طبيعة المجموعة  $(C_k)$ .

التمرين 7 : نعتبر في المستوى الأفليدي  $\wp$  ؛ مثلثاً  $ABC$

متساوي الأضلاع بحيث :

$$\overline{AG} = \frac{1}{2} \overline{CB} \text{ و النقطة } G \text{ بحيث } AB = 2$$

1. أ- أنشئ الشكل .

ب- بين أن النقطة  $G$  مرجح النظمة المتزنة :

$$\{(A, 2); (B, 1); (C, -1)\}$$

ج- بين أن المستقيمين  $(AG)$  و  $(BG)$  متعامدان.

2. لتكن المجموعة :

$$(\Gamma) = \{M \in \wp / 2MA^2 + MB^2 - MC^2 = 4\}$$

أ- تحقق من أن النقطة  $B$  تنتمي إلى المجموعة  $(\Gamma)$ .

ب- بين أن المجموعة  $(\Gamma)$  دائرة ينبغي تحديد مركزها وشعاعها.

3. أثبت أن المستقيم  $(BC)$  مماس للدائرة  $(\Gamma)$ .

التمرين 8 :  $OAB$  مثلث قائم الزاوية في  $O$  و  $C$  نقطة من

المستوى  $\wp$  بحيث يكون الرباعي  $OABC$  متوازي الأضلاع.

1. بين أن :  $\forall M \in \wp : BM^2 + \overline{OM} \cdot \overline{OA} = \overline{BM} \cdot \overline{CM}$

2. حدد المجموعة :

$$(\Gamma) = \left\{ M \in \wp / BM^2 + \overline{OM} \cdot \overline{OA} = \frac{1}{2} \right\}$$

## التمرين 9 :

لتكن  $A$  و  $B$  نقطتين مختلفتين من المستوى  $\wp$ . نعتبر المجموعة :

$$(\Gamma) = \{M \in \wp / MA^2 - 3MB^2 - 2MA \times MB = 0\}$$

1. تحقق من أن :  $A \notin (\Gamma)$  وأن  $B \notin (\Gamma)$  .

2. بين أن  $(\Gamma)$  دائرة .

3. حدد معادلة ديكارتية ل  $(\Gamma)$  علما أن  $A(1,-1)$  و  $B(2,3)$  .

**التمرين 10 :** مثلث متساوي الأضلاع بحيث:

$AB = a$  و  $a \in \mathbb{R}_+^*$  . ليكن  $I$  منتصف القطعة  $[BC]$

و  $O$  منتصف القطعة  $[AI]$  .

1. أحسب؛ بدلالة  $a$ ؛ كلا من الجداء السلمي  $\overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{OC}$  والمسافة  $AI$  .

2. بين أنه لكل نقطة  $M$  من المستوى لدينا:

$$2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4MO^2 + \frac{5}{4}a^2$$

( يمكن استعمال مبرهنة المتوسط )

3. حدد  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوى  $\wp$  بحيث :

$$2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 2a^2$$

**التمرين 11 :** ليكن  $ABC$  مثلثا و  $G$  مركز ثقله .

ليكن التطبيق :

$$f : \wp \rightarrow \mathbb{R}$$

$$M \mapsto f(M) = \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$$

1. أحسب  $f(M)$  بدلالة  $MG$  و  $BC$  و  $CA$  و  $AB$  .

2. أ- حدد المجموعة  $(\Lambda)$  حيث :  $(\Lambda) = \{M \in \wp / f(M) = 0\}$

ب- ماهي نقط  $(\Lambda)$  التي تنتمي إلى الدائرة التي أحد أقطارها  $[BC]$ ؟

**التمرين 12 :** نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم

ومباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ؛ النقط التالية :

$$P\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}, \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right) \text{ و } N\left(\frac{1}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}\right) \text{ و } M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

1. تحقق أن النقطتين  $M$  و  $N$  تنتميان إلى الدائرة المثلثية المرتبطة

بالمعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  .

2. أ- تحقق من أن للقطعتين  $[OP]$  و  $[MN]$  نفس المنتصف .

ب- أحسب  $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{MP}$  و  $OM$  و  $MP$  .

ج- استنتج أن الرباعي  $OMPN$  مربع .

3. أ- تحقق من أن  $\frac{\pi}{6}$  قياس للزاوية الموجهة  $(\vec{i}, \overrightarrow{OM})$  .

ب- حدد قياسا للزاوية الموجهة  $(\overrightarrow{OP}, \vec{i})$  .

ج- استنتج قيمة كل من  $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$  و  $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$  .

**التمرين 13 :**

المستوى  $\wp$  مزود بمعلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  .

لتكن  $A(7,4)$  و  $B(5,-2)$  و  $C(2,1)$  ثلاث نقط من المستوى  $\wp$  .

1. أ- تحقق من أن  $3x - y - 17 = 0$  هي معادلة ديكارتية للمستقيم

$(AB)$  .

ب- أوجد معادلة ديكارتية للمستقيم  $(D)$  المار من النقطة  $C$

والعمودي على  $(AB)$  .

ج- أحسب مسافة النقطة  $E(1,-4)$  عن المستقيم  $(AB)$  .

2. ليكن  $(\Delta_A)$  إرتفاع المثلث  $ABC$  المار من الرأس  $A$  و  $(\Delta_B)$

الإرتفاع المار من الرأس  $B$  .

أ- أوجد معادلة ديكارتية للمستقيم  $(\Delta_A)$  ومعادلة ديكارتية للمستقيم

$(\Delta_B)$  .

ب- أحسب زوج إحداثيتي النقطة  $H$  مركز تعامد المثلث  $ABC$  .

3. أحسب مساحة المثلث  $ABC$  .

**التمرين 14 :** في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم

مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ؛ نعتبر النقط :

$$P\left(1 + \frac{\sqrt{7}}{2}, \frac{3}{2}\right) \text{ و } B(0, \sqrt{3}) \text{ و } A(2, 0)$$

و  $M(x, y)$  حيث  $x$  و  $y$  عدنان حقيقيان .

1. أ- أحسب الجداء السلمي  $\overrightarrow{MO} \cdot \overrightarrow{MA}$  .

ب- استنتج أن مجموعة النقط  $M$  من المستوى التي تحقق

$\overrightarrow{MO} \cdot \overrightarrow{MA} = 3$  هي الدائرة  $(C)$  التي مركزها  $I(1, 0)$  و

شعاعها 2 .

ج- تحقق أن النقطتين  $B$  و  $P$  تنتميان إلى الدائرة  $(C)$  .

2. حدد معادلة ديكارتية للمستقيم  $(T)$  مماس الدائرة  $(C)$  في النقطة  $B$

3. بين أن :  $\widehat{OPA} = \frac{\pi}{4}$  ثم أرسم الدائرة  $(C)$  والمماس  $(T)$ ؛

موضحا النقط  $A$  و  $B$  و  $P$  .

**التمرين 15 :** لتكن  $I$  نقطة ثابتة من المستوى  $\wp$  .

نعتبر الدائرة  $(C_k)$  التي مركزها  $I$  وشعاعها  $k$

(  $k$  عدد حقيقي موجب قطعاً ) .

لكل نقطة  $M$  من المستوى  $\wp$  مخالفة للنقطة  $I$ ؛ نعتبر المجموعة

$\Delta(M) = \{M' \in \wp / \overrightarrow{IM'} \cdot \overrightarrow{IM} = k^2\}$  بحيث :

1. أ- بين أن  $\Delta(M)$  مستقيم عمودي على المستقيم  $(IM)$  .

ب- أثبت أن النقطة  $I$  لاتتنتمي إلى المستقيم  $\Delta(M)$  .

2. لتكن  $A$  و  $B$  نقطتين من المستوى  $\wp$  .

بين أن :  $[A \in \Delta(B)] \Leftrightarrow [B \in \Delta(A)]$

3. لتكن  $M$  نقطة من المستوى  $\wp$  .

حدد الشرط اللازم والكافي ليكون  $\Delta(M)$  مماسا للدائرة  $(C_k)$  .

4. المستوى  $\wp$  منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  .

أ- حدد معادلة ديكارتية للمستقيم  $\Delta(A)$  .

ب- أدرس تقاطع المستقيم  $\Delta(A)$  والدائرة  $(C_2)$  .

**التمرين 16 :** مثلث في المستوى  $\wp$  .

حدد المجموعة :  $(\Gamma) = \{M \in \wp / MA^2 + MB^2 + MC^2 = 9\}$

حدد المجموعة :  $(\Upsilon) = \{M \in \wp / MA^2 + MB^2 = 4\}$



بالتوفيق إنشاء الله

