Groupe Scolaire El Azhari

Les Champions

فرض محروس

(تحليلية الجداء السلمي في المستوى)

مسألة:

تتكون هذه المسألة من أربعة أجزاء؛ كل جزء منها غير مرتبط بالأجزاء الأخرى.

في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$، نعتبر النقط $A(1;2)$ و $B(-2;1)$ و $C(2;4)$.

الجزء 1: (4 ن)

1. أحسب OA و OB و AB و $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$. — 0.25x4ن
2. استنتج طبيعة المثلث OAB. — 0.5ن
3. أحسب $\cos((\overrightarrow{AO},\overrightarrow{AB}))$ و $\sin((\overrightarrow{AO},\overrightarrow{AB}))$. — 0.5x2ن
4. نرمز ب G مركز ثقل المثلث OAB.
   - 4.1. أحسب مساحة المثلث ABG. — 1ن
   - 4.2. بين أن للمثلثات ABG و OAG و OBG نفس المساحة. — 0.5ن

الجزء 2: (4 ن)

نعتبر المستقيم (Δ) ذي المعادلة: $3x-4y+10=0$.

1. تحقق من أن $(\Delta)=(BC)$. — 1ن
2. أحسب مسافة النقطة A عن المستقيم (Δ). — 1ن
3. أكتب معادلة ديكارتية للمستقيم المار من النقطة A و العمودي على المستقيم (Δ). — 1ن
4. لتكن النقط التالية: — 1ن
   P و Q تقاطع المستقيم (Δ) مع محوري الأفاصيل و الأراتيب على التوالي،
   P' و Q' تقاطع المستقيم (Δ') ذي المعادلة $4x+3y-10=0$ مع محوري الأفاصيل و الأراتيب على التوالي.
   بين أن المستقيمين (PQ') و $(P'Q)$ متعامدان.

الجزء 3: (8 ن)

نعتبر $(\mathcal{C})$، مجموعة النقط $M(x;y)$ التي تحقق: $x^2+y^2-2x-4y=5$ و $(\mathcal{C}')$ الدائرة التي أحد أقطارها $[AB]$.

1. تحقق من أن $(\mathcal{C})$ دائرة محددا مركزها و شعاعها. — 1ن
2. أكتب معادلة ديكارتية للدائرة $(\mathcal{C}')$. — 1ن
3. حدد تقاطع الدائرتين $(\mathcal{C})$ و $(\mathcal{C}')$. — 1ن
4. أكتب معادلة ديكارتية لمماس الدائرة $(\mathcal{C})$ عند النقطة B. — 1.5ن
5. بين أن المستقيم (D) ذي المعادلة $3x+y+5=0$ مماس للدائرة $(\mathcal{C}')$ محددا نقطة تماسهما. — 1.5ن
6. حل مبيانيا النظمة: $(S):\begin{cases} x^2+y^2-2x-4y\leq 5 \\ x^2+y^2+x-3y>0 \end{cases}$. — 2ن

الجزء 4: (4 ن)

لتكن (Γ)، مجموعة النقط M من المستوى حيث: $AM^2-4BM^2=AB^2$.

1. أكتب معادلة ديكارتية للمجموعة (Γ). ما هي طبيعتها؟ — 0.5ن+1.5ن
2. بدون اعتبار زوجي إحداثيتي النقطتين A و B، بين أن (Γ) هي الدائرة ذي المركز K و المارة من B حيث K مرجح النظمة المتزنة $\{(A;1),(B;-4)\}$. — 2ن

بالتوفيق إن شاء الله...